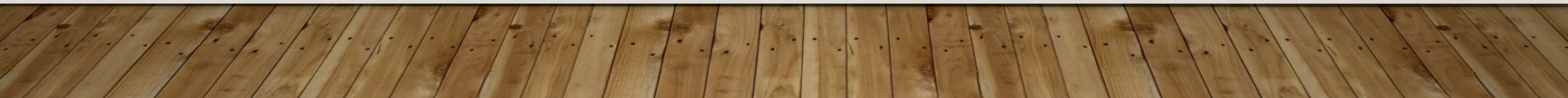
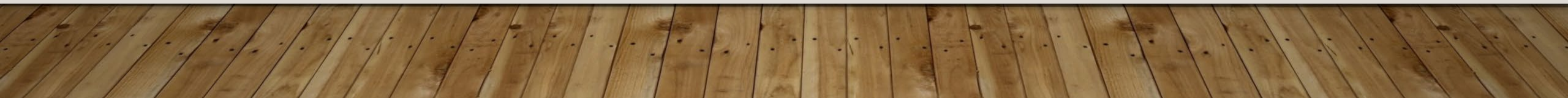


自主學習 撲克牌的機率

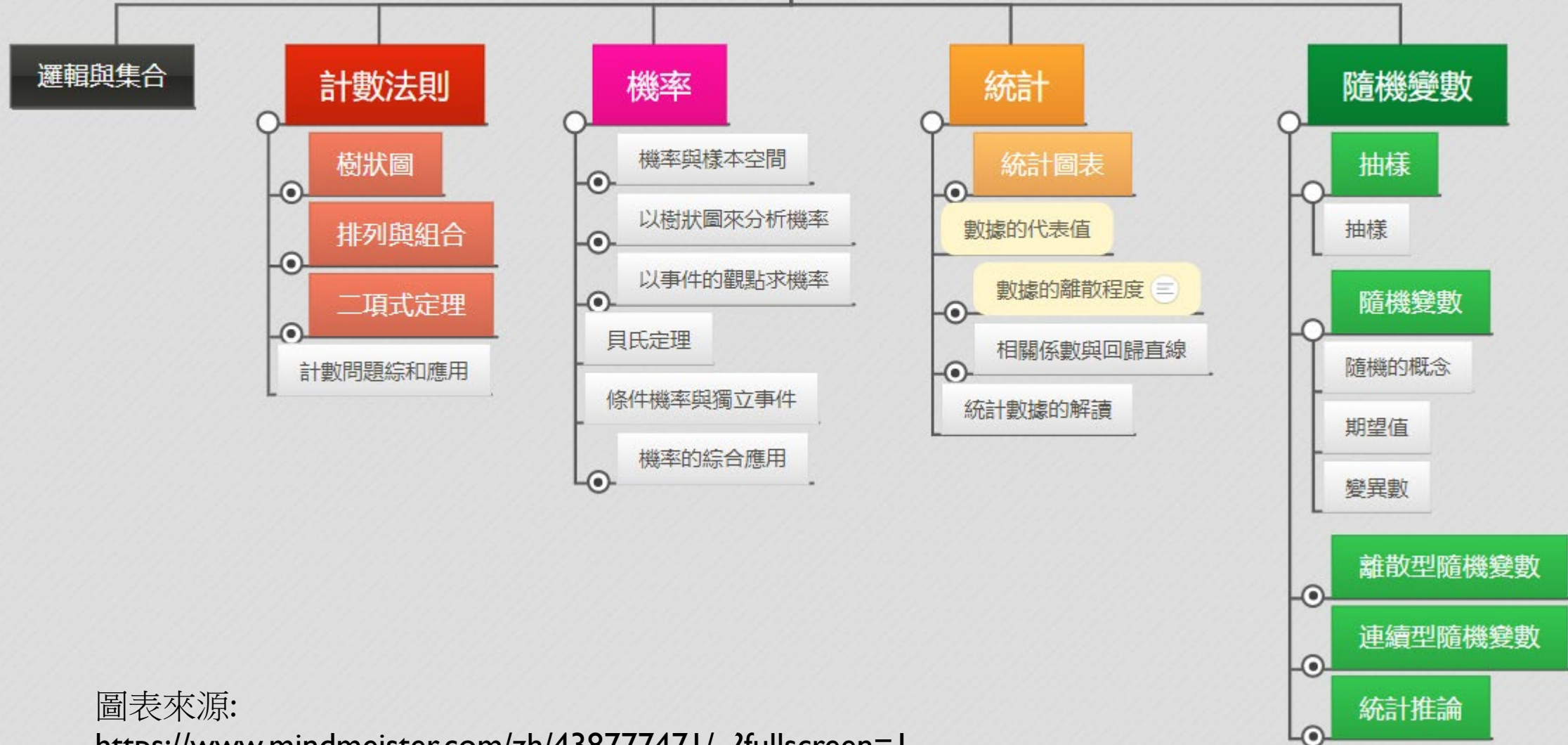
二仁-王政珉



學習動機



排列組合、機率、統計



圖表來源:

https://www.mindmeister.com/zh/438777471/_?fullscreen=1

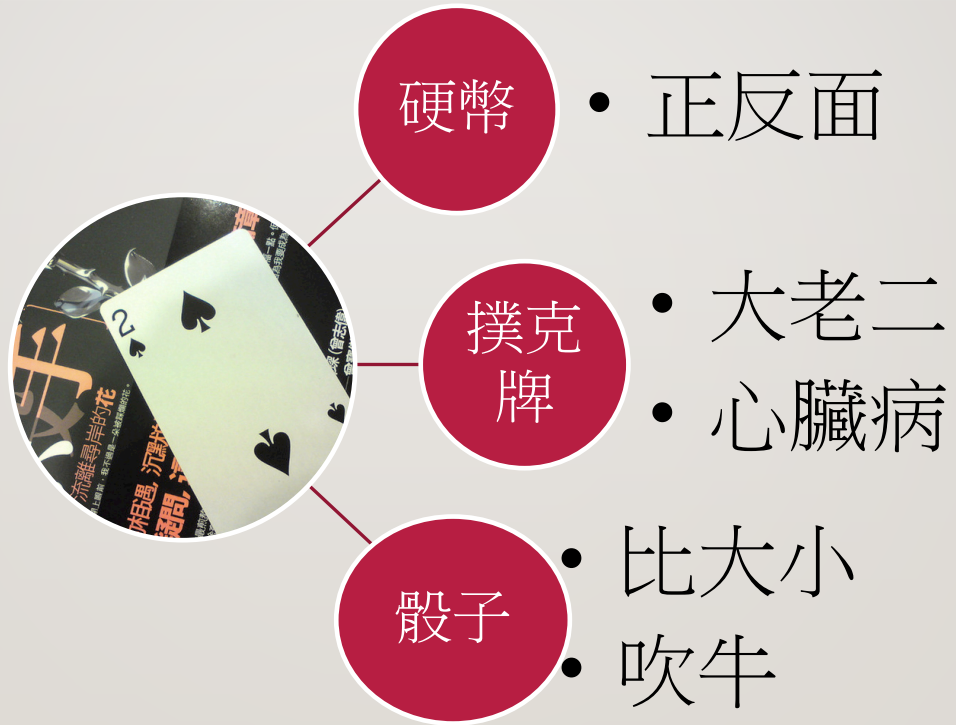
機率起源

- 法國有一位擲骰子遊戲的貴族叫德·梅雷，1654年，他向數學家帕斯卡請教了「分賭注問題」。
- 帕斯卡與當時法國數學家費馬建立了聯繫。過程中，帕斯卡和費馬一邊親自做賭博實驗，一邊仔細分析計算賭博中出現的各種問題，終於完整地解決了「分賭注問題」。

機率定義

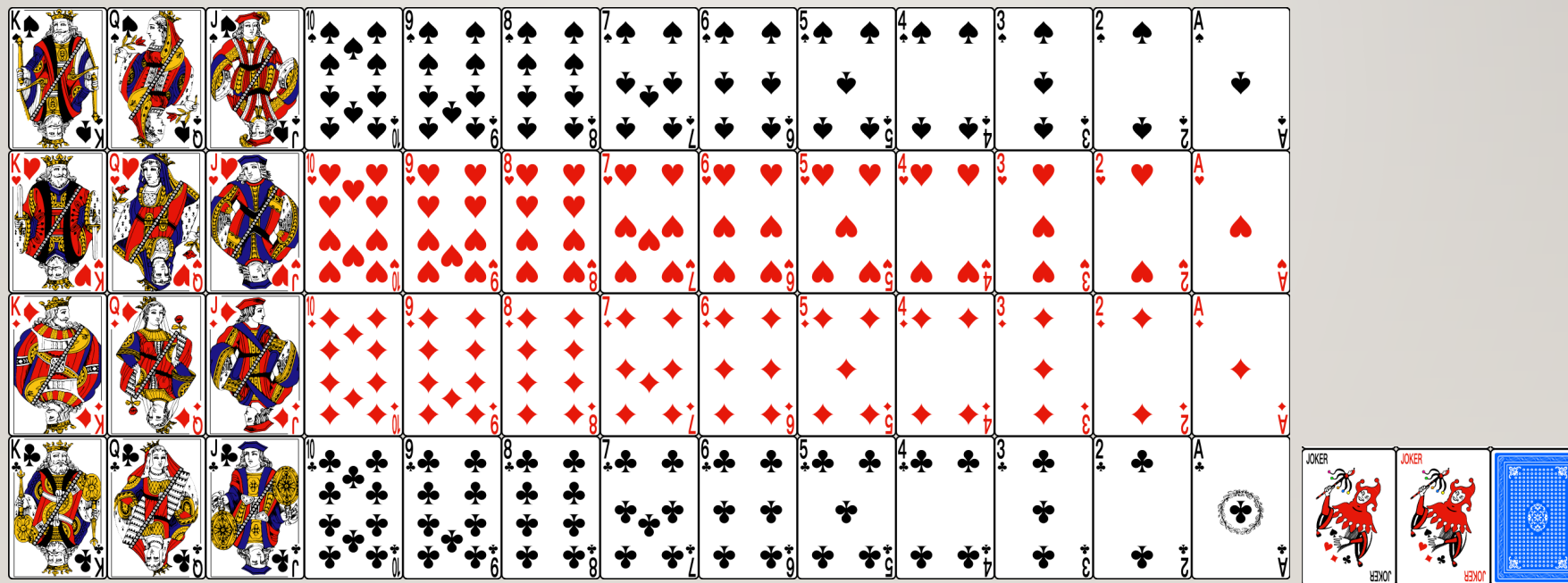
- 將機率的觀念以相同的可能性來解釋。假設所有試驗結果之機率相等，若有 n 個試驗結果，則平均分配機率 $1/n$ 至每一試驗結果。

有關機率的遊戲



撲克牌介紹

- 張數：撲克牌的前身為簡化成**52張卡牌**的法國塔羅牌，因此花色、人頭牌也相同，美國商人再加入德國的**2張鬼牌**，合共**54張牌**。



大老二規則

以黑桃2為最大，拿到梅花3的人可以優先出牌

牌組選擇

單張	 
一對	 
三條	  
順子	    
葫蘆	    
鐵支 (+1)*	    
同花順 (+2)*	    

一條龍

- 13張牌花色不拘，且數字連號。
- 因為分給四人所以總共有 $C_{13}^{52} C_{13}^{39} C_{13}^{26} C_{13}^{13}$ 種可能，接下來因為每一張牌有四種花色所以可能會有 4^{13} 種可能，接著，會有 3^{13} 種可能，依序 2^{13} ，最後 1^{13} 。所以總共有 $4^{13}3^{13}2^{13}1^{13}$ 種可能，因此機率為： $4^{13}3^{13}2^{13}1^{13} / C_{13}^{52} C_{13}^{39} C_{13}^{26} C_{13}^{13} = 1.63 \times 10^{-11}$ 。

同花順

- 5 張牌的花色相同，且數字連號。
- 出現同花順的機率便是： $40/C^{52}_5$ 。此值約為 0.000015。
- 另外，最大的同花順黑桃的23456又被稱為同花大順，拿到同花大順的機率更是只有 $1/C^{52}_5$ ，約為0.00000038。

鐵支

- 5 張牌當中，有四張數字相同。
- 先從 13 個數字中選出 1 個作為 a ： C^1_{13} ，再從其它 12 個數字中選出 1 個作為 b ： C^1_{12} 。接著，4 種花色的數字 a 全選： C^4_4 ，並從 4 種花色的數字 b 恰選一張： C^1_4 。
- 如此，所有的鐵支共有： $C^1_{13}C^1_{12}C^4_4C^1_4=624$ 種。因此，其出現的機率為： $C^1_{13}C^1_{12}C^4_4C^1_4 / C^{52}_5$ 。此值約為 0.00024。

葫蘆

- 5 張牌當中，有三張數字相同，另兩張也相同。
- 先從 13 個數字中選出 1 個作為 a ： C^{13}_1 ，再從其它 12 個數字中選出 1 個作為 b ： C^{12}_1 。接著，從 4 種花色的數字 a 恰選三張： C^4_3 ，並從 4 種花色的數字 b 恰選二張： C^4_2 。
- 如此，所有的葫蘆共有： $C^{13}_1 C^{12}_1 C^4_3 C^4_2 = 3,744$ 種。因此，其出現的機率： $C^{13}_1 C^{12}_1 C^4_3 C^4_2 / C^{52}_5$ 。此值約為 0.00144。

同花

- 5 張牌的花色相同，但需扣除前述 40 種同花順的情況。
- 先從四種花色中選出一種： C_1^4 ，接著，從該花色的 13 個數字中任選 5 個 C_5^{13} ，且計算時必需扣掉 40 種同花順。
- 如此，所有的同花共有： $C_1^4 C_5^{13} - 40 = 5,108$ 種。因此，其出現的機率： $(C_1^4 C_5^{13} - 40) / C_5^{52}$ 。此值約為 0.00197。

順子

- 5 張牌需連號，但花色不全相同（40 種同花順）。
- 5個數字 abcde，從 4 種花色的數字 a 恰選一張： C^4_1 ；從 4 種花色的數字 b 恰選一張： C^4_1 ；...；從 4 種花色的數字 e 恰選一張： C^4_1 。
- 如此，所有的順子有 $10 C^4_1 C^4_1 C^4_1 C^4_1 C^4_1 - 40 = 10,200$ 種。
- 因此，其出現的機率為： $(10 C^4_1 C^4_1 C^4_1 C^4_1 C^4_1 - 40) / C^{52}_5$ 。此值約為 0.00392。

牌組機率統整

牌組	機率
一條龍	1.63×10^{-11}
同花順	0.0000015
鐵支	0.00024
葫蘆	0.00144
同花	0.00197
順子	0.00392

結論



心得與反思

